

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

TRỊNH VĂN DŨNG

CÁC ĐƯỜNG TRÒN LEMOINE VÀ
HỌ CÁC ĐƯỜNG TRÒN TUCKER

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên 8 - 2020

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

TRỊNH VĂN DŨNG

CÁC ĐƯỜNG TRÒN LEMOINE VÀ
HỌ CÁC ĐƯỜNG TRÒN TUCKER

Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp
Mã số: 8 46 01 13

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC
NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
PGS.TS. NGUYỄN VIỆT HẢI

Thái Nguyên 8 - 2020

Lời cảm ơn

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của PGS.TS. Nguyễn Việt Hải, Giảng viên cao cấp Trường đại học Hải Phòng. Tác giả xin được bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc tới người hướng dẫn khoa học của mình, người đã đặt vấn đề nghiên cứu, dành thời gian hướng dẫn và tận tình giải đáp những thắc mắc của tác giả trong suốt quá trình làm luận văn.

Tác giả cũng đã học tập được rất nhiều kiến thức chuyên ngành bổ ích cho công tác và nghiên cứu của bản thân. Tác giả xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy giáo, cô giáo đã tham gia giảng dạy lớp Cao học Toán K12B; Nhà trường và các phòng chức năng của Trường; Khoa Toán – Tin, trường Đại học Khoa học – Đại học Thái Nguyên đã quan tâm và giúp đỡ tác giả trong suốt thời gian học tập tại trường.

Tác giả cũng xin gửi lời cảm ơn sâu sắc tới Trung tâm Nghiên cứu Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng đã giúp đỡ, tạo mọi điều kiện thuận lợi giúp tôi có thể hoàn thành luận văn này.

Tác giả cũng xin gửi lời cảm ơn tới tập thể lớp Cao học Toán K12B đã luôn động viên và giúp đỡ tác giả rất nhiều trong quá trình học tập và làm luận văn.

Cuối cùng, tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã giúp đỡ và tạo điều kiện tốt nhất cho tôi khi học tập và nghiên cứu.

Thái Nguyên, tháng 8 năm 2020

Tác giả

Trịnh Văn Dũng

Danh mục hình

1.1	Ba đường đối trung đồng quy tại điểm Lemoine	5
1.2	Tính chất đường đối trung của tam giác	8
1.3	L là trọng tâm tam giác pedal	10
1.4	Hai đường đối song	14
1.5	Các cạnh đối song DE và FK của tam giác ABC bằng nhau	14
1.6	Mệnh đề 1.2.6	15
2.1	Đường tròn Lemoine thứ nhất	27
2.2	Đường tròn Lemoine thứ hai	28
2.3	Dựng điểm Lemoine	30
2.4	Độ dài các đường song song Lemoine	31
2.5	Độ dài đường đối song Lemoine	33
2.6	Tính bán kính đường tròn Lemoine thứ nhất	35
2.7	Trục đẳng phương của hai đường tròn Lemoine	37
2.8	Đường tròn Lemoine thứ ba	38
2.9	L là trọng tâm của $\Delta AA_bA_c, \Delta B_aBB_c, \Delta C_aC_bC$	39
2.10	$B_mK = \frac{1}{2}BO = \frac{1}{2}R$	40
2.11	Các điểm S, L, K, M, U thẳng hàng	43
3.1	Lục giác Tucker	45
3.2	$AK_a : K_aL = \lambda t : (2\sqrt{v} - \lambda t)$	47
3.3	$OK(t) : K(t)L = \lambda t : 2\sqrt{vt}$	49
3.4	Các đường tròn Lemoine $\mathcal{L}_n, n = 0, 1, 2, 3$	52
3.5	Các đường tròn của Q.T.Bui	53
3.6	Đường tròn Taylor	54

3.7	Đường tròn Gallatly	55
3.8	Hai đường tròn van Lamoen và Kenmotu	56
3.9	Hai đường tròn van Lamoen và Kenmotu	57
3.10	Hai đường tròn Tucker bằng nhau	59
3.11	Hai đường tròn Tucker tiếp xúc đường tròn ngoại tiếp	62

Mục lục

Chương 1. Kiến thức chuẩn bị	5
1.1. Đường đối trung và điểm Lemoine	5
1.1.1. Đường đối trung và một số tính chất.....	6
1.1.2. Tính chất của điểm Lemoine.....	8
1.2. Đường đối song và đường đối song Lemoine.....	13
1.3. Tọa độ Barycentric	17
1.3.1. Định nghĩa và tính chất.....	17
1.3.2. Một số kết quả trong tọa độ barycentric	19
Chương 2. Các đường tròn Lemoine	26
2.1. Đường tròn Lemoine thứ nhất và thứ hai	26
2.2. Một số công thức tính độ dài	30
2.3. Đường tròn Lemoine thứ 3.....	38
Chương 3. Họ đường tròn Tucker và trường hợp đặc biệt	44
3.1. Đường tròn Tucker $\mathcal{C}(t)$	45
3.2. Một số đường tròn Tucker đặc biệt	51
3.3. Các đường tròn Tucker bằng nhau.....	58
3.4. Các đường tròn Tucker trực giao và tiếp xúc.....	59
Tài liệu tham khảo	65

Giới thiệu luận văn

1. Mục đích của đề tài luận văn

Các yếu tố hình học xung quanh đường tròn Lemoine rất phong phú, liên quan sâu sắc đến các vấn đề về đường tròn trong hình học sơ cấp. Đó là các khái niệm: Điểm Lemoine, trục Brocard, đường thẳng Lemoine, lục giác Lemoine, lục giác Tucker... Bằng cách tham số hóa ta có thể xây dựng họ đường tròn Tucker với phương trình tổng quát trong tọa độ barycentric và các vấn đề khác. Đó là lý do để tôi chọn đề tài "**Các đường tròn Lemoine và họ các đường tròn Tucker**" làm luận văn thạc sĩ của mình. Mục đích của đề tài là:

- Trình bày các đường tròn Lemoine gồm đường tròn Lemoine thứ nhất, đường tròn Lemoine thứ hai và đường tròn Lemoine thứ ba của tam giác ABC . Bố cục chung là xác định tâm, tính bán kính và các tính chất đặc trưng của mỗi đường tròn Lemoine.

- Bằng cách sử dụng tọa độ barycentric, mở rộng lục giác Lemoine sang lục giác Tucker, tổng quát hóa các đường tròn Lemoine thành họ các đường tròn Tucker theo tham số t . Từ đó quay trở lại xác định các trường hợp đặc biệt khác của họ đường tròn Tucker cùng các ứng dụng của họ đường tròn này. Tài liệu tham khảo chính là bài báo [4] đăng năm 2017 của hai nhà hình học tên tuổi Sandor Nagydobai Kiss (Romania) và Paul Yiu (USA).

- Bồi dưỡng học sinh phổ thông có năng khiếu Toán, nâng cao và khai thác các chuyên đề hình học hay và khó, chưa được hệ thống và giới thiệu trong chương trình Hình học phổ thông và các giáo trình Hình học sơ cấp.

2. Nội dung của đề tài, những vấn đề cần giải quyết

Dựa vào các tài liệu chính [1] và [4], luận văn trình bày các kiến thức bổ sung gồm các đường đối trung, điểm Lemoine, các đường song song, ... và hệ tọa độ barycentric. Từ đó nghiên cứu ba đường tròn Lemoine, tổng quát hóa nghiên cứu họ đường tròn Tucker phụ thuộc một tham số độ dài t và các ứng dụng liên quan. Nội dung luận văn chia làm 3 chương:

Chương 1. Kiến thức chuẩn bị

Trình bày các kiến thức bổ sung là: Đường đối trung, điểm Lemoine, đường đối song và tọa độ barycentric. Nội dung chương bao gồm (có tham khảo và chọn lọc trong [1], [6]):

- 1.1. Đường đối trung và điểm Lemoine
- 1.2. Đường đối song và đường đối song Lemoine.
- 1.3. Tọa độ barycentric.

Chương 2. Các đường tròn Lemoine

Xây dựng các đường tròn Lemoine dựa vào các khái niệm đường đối song, đường đối trung, điểm Lemoine, lục giác Lemoine,...Phát biểu và chứng minh các tính chất đặc trưng của mỗi đường tròn Lemoine.

Chương này bao gồm (có tham khảo và chọn lọc trong [5]):

- 2.1. Đường tròn Lemoine thứ nhất và thứ hai
- 2.1. Một số công thức tính độ dài
- 2.4. Đường tròn Lemoine thứ ba.

Chương 3. Họ các đường tròn Tucker và ứng dụng

Dựa vào khái niệm lục giác Tucker (tổng quát hóa từ lục giác Lemoine), tiến hành tham số hóa theo độ dài cạnh đối song thu được họ các đường tròn Tucker. Từ phương trình tổng quát lại nhận được nhiều trường hợp đặc biệt và các ứng dụng của họ đường tròn này. Nội dung của chương bao gồm (có tham khảo và chọn lọc trong [4]):

- 3.1. Lục giác Tucker và đường tròn Tucker $\mathcal{C}(t)$
- 3.2. Một số đường tròn Tucker đặc biệt
- 3.3. Các đường tròn Tucker bằng nhau
- 3.4. Các đường tròn Tucker trực giao và tiếp xúc

KÝ HIỆU TRONG LUẬN VĂN

Stt	Ký hiệu	Nội dung ký hiệu	Tran
1	L	Điểm Lemoine của tam giác	6
2	T	Là tâm vị tự trong của đường tròn ngoại tiếp ΔABC	18
3	T'	Là tâm vị tự ngoài của đường tròn nội tiếp ΔABC	18
4	S	Là diện tích ΔABC	18
5	O_9	Là tâm <i>Euler</i>	18
6	σ	bằng hai lần diện tích ΔABC	20
7	P	Là trọng tâm của tam giác pedal	20
8	$\mathcal{L}_1 \equiv (O_1, R_1)$	Đường tròn Lemoine thứ nhất	28
9	$\mathcal{L}_2 \equiv (O_2, R_2)$	Đường tròn Lemoine thứ hai	29
10	OL	Trục Brocard	29
11	ω	Góc Brocard	36
12	$\mathcal{L}_3 \equiv (O_3, R_3)$	Đường tròn Lemoine thứ ba	38
13	$\mathcal{C}(t)$	Họ đường tròn Tucker tham số t	44